UNIVERSIDADE SÃO MARCOS

CURSO: ENGENHARIA DE TELECOMUNICAÇÃO PROFESSOR: LUCIANO FRATIN

FORMULÁRIO DE ELETROMAGNETISMO
(para consulta nas aulas e nas avaliações escritas)

✓ Forma geral de um vetor: $\vec{B} = B_x\vec{a}_x + B_y\vec{a}_y + B_z\vec{a}_z$; módulo de um vetor: $|\vec{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$

✓ Vetor unitário na direção de $\vec{B}$: $\vec{a}_B = \dfrac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$

✓ Produto escalar: $\vec{A} \bullet \vec{B} = |\vec{A}|.|\vec{B}|.\cos(\theta_{AB}) = A_x.B_x + A_y.B_y + A_z.B_z$

✓ Produto vetorial : $\vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}|.|\vec{B}|.\operatorname{sen}(\theta_{AB})$ $\quad \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{a}_x & \vec{a}_y & \vec{a}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

✓ Relações entre coordenadas cartesianas e cilíndricas

$x = \rho.\cos\phi \qquad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$

$y = \rho.\operatorname{sen}\phi \qquad \phi = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$

$z = z \qquad z = z$

Relações entre coordenadas cartesianas e esféricas

$x = r.\operatorname{sen}\theta.\cos\phi \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$y = r.\operatorname{sen}\theta.\operatorname{sen}\phi \qquad \theta = \arccos\dfrac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$z = r.\cos\theta \qquad \phi = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$

✓ Mudança de coordenadas

Exemplo: componentes do vetor $\vec{B}$ (que está em coordenadas cartesianas) em coordenadas cilíndricas.

cilíndrica $B_\rho = \vec{B} \bullet \vec{a}_\rho$; $B_\phi = \vec{B} \bullet \vec{a}_\phi$; $B_z = \vec{B} \bullet \vec{a}_z$

esférica $B_r = \vec{B}\cdot\vec{a}_r$; B_θ $\vec{B}\cdot\vec{a}_\theta$; $B_z = \vec{B}\cdot\vec{a}_\phi$

Produto escalar de vetores unitários nos sistemas de coordenadas cartesianas e cilíndricas

	$\vec{a}_\rho$	$\vec{a}_\phi$	$\vec{a}_z$
$\vec{a}_x \bullet$	$\cos\phi$	$-\operatorname{sen}\phi$	0
$\vec{a}_y \bullet$	$\operatorname{sen}\phi$	$\cos\phi$	0
$\vec{a}_z \bullet$	0	0	1

Produto escalar de vetores unitários nos sistemas de coordenadas cartesianas e esféricas

	$\vec{a}_r$	$\vec{a}_\theta$	$\vec{a}_\phi$
$\vec{a}_x \bullet$	$\operatorname{sen}\theta\cos\phi$	$\cos\theta\cos\phi$	$-\operatorname{sen}\phi$
$\vec{a}_y \bullet$	$\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi$	$\cos\theta\operatorname{sen}\phi$	$\cos\phi$
$\vec{a}_z \bullet$	$\cos\theta$	$-\operatorname{sen}\theta$	0

Elementos de volume:

$dv = dx.dy.dz$ (cartesiano); $dv = d\rho.\rho.d\phi.dz$ (cilíndrico); $dv = dr.r.d\theta.r\operatorname{sen}\theta.d\phi$ (esférico)

ELETROSTÁTICA

✓ Lei de Coulomb: $\vec{F}_2 = \dfrac{Q_1.Q_2}{4\pi\varepsilon_0}.\vec{a}_{12}$ [N] e $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ $\quad \varepsilon_0 = 8{,}854.10^{-12}$ $C^2/N.m^2$

✓ Intensidade de campo Elétrico: $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}_P}{Q_P}$ [N/C] ou [V/m] Z

Distribuição de cargas: $\rho_V = \dfrac{dQ}{dv}$ [C/m³] ; $\rho_S = \dfrac{dQ}{dS}$ [C/m²] ; $\rho_L = \dfrac{dQ}{dL}$ [C/m]

Cargas pontuais: $\vec{E}_r = \dfrac{Q}{4.\pi.\varepsilon_0.r^2}.\vec{a}_r$ E

Cargas em linha infinita: $\vec{E}_\rho = \dfrac{\rho_L}{2.\pi.\varepsilon_0.\rho}.\vec{a}_\rho$;Plano infinito carregado: $\vec{E} = \dfrac{\rho_S}{2.\varepsilon_0}.\vec{a}_N$

$\vec{E} = \dfrac{G}{4\pi}$

- ✓ Lei de Gauss: $\Psi = \oint_S \vec{D} \bullet d\vec{S} = Q_{int}$ Teorema da Divergência: $\oint_{sup} \vec{D} \bullet d\vec{S} = \int_{vol} \vec{\nabla} \bullet \vec{D}.dv$

- ✓ Primeira equação de Maxwell: $\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = \rho$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = \frac{\partial}{\partial x} D_x + \frac{\partial}{\partial y} D_y + \frac{\partial}{\partial z} D_z \qquad \text{(coordenadas cartesianas)}$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho.D_\rho\right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} D_\phi + \frac{\partial}{\partial z} D_z \qquad \text{(coordenadas cilíndricas)}$$

$$\vec{\nabla} \bullet \vec{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2.D_r\right) + \frac{1}{r.\text{sen}\,\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(\text{sen}\,\theta.D_\theta)\vec{a}_\theta + \frac{1}{r.\text{sen}\,\theta} \frac{\partial}{\partial \phi} D_\phi \qquad \text{(coordenadas esféricas)}$$

- ✓ Trabalho diferencial: $dW = -Q.\vec{E} \bullet d\vec{L}$ Trabalho: $W = -Q.\int_{inic.}^{final} \vec{E} \bullet d\vec{L}$ [J]

$$d\vec{L} = dx.\vec{a}_x + dy.\vec{a}_y + dz.\vec{a}_z \qquad \text{(coordenadas cartesianas)}$$

$$d\vec{L} = d\rho.\vec{a}_\rho + \rho.d\phi.\vec{a}_\phi + dz.\vec{a}_z \qquad \text{(coordenadas cilíndricas)}$$

Potencial elétrico

$$d\vec{L} = dr.\vec{a}_r + r.d\theta.\vec{a}_\theta + r.\text{sen}\,\theta.d\phi.\vec{a}_\phi \qquad \text{(coordenadas esféricas)}$$

- ✓ Diferença de Potencial: $V_{AB} = V_A - V_B = -\int_B^A \vec{E} \bullet d\vec{L}$ [V]
- ✓ Campo Conservativo: num percurso fechado $\oint \vec{E} \bullet d\vec{L} = 0$
- ✓ Gradiente do Potencial: $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$

$$\vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial x}\vec{a}_x + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{a}_y + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{a}_z \qquad \text{(coord. cartesianas)}$$

$$\vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial \rho}\vec{a}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial V}{\partial \phi}\vec{a}_\phi + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{a}_z \qquad \text{(coord. cilíndricas)}$$

$$\vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial r}\vec{a}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{a}_\theta + \frac{1}{r.\text{sen}\,\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\vec{a}_\phi \qquad \text{(coord. esféricas)}$$

ELETRODINÂMICA

- ✓ Corrente Elétrica: $I = \frac{dQ}{dt}$ [A] ; $dI = \vec{J} \bullet d\vec{S}$ Densidade de Corrente: $\vec{J} = \rho.\vec{v}$ [A/m²] ; $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

  Para elétrons livres num condutor: $\vec{v} = -\mu_e\vec{E}$; $\vec{J} = -\rho_e.\mu_e\vec{E}$; $\sigma = -\rho_e.\mu_e$

- ✓ Equação da continuidade: $I = \int_S \vec{J} \bullet d\vec{S} = -\frac{dQ_{int}}{dt}$ e $\vec{\nabla} \bullet \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$
- ✓ Para campo elétrico e densidade de corrente constantes:

$$I = JS \quad ; \quad V_{AB} = E.L_{AB} \quad ; \quad J = \sigma\frac{V}{L} \quad ; \quad V = \frac{L}{\sigma.S}.I \quad ; \quad V = R.I \quad ; \quad R = \frac{L}{\sigma.S}$$

- ✓ Expressão geral para a resistência:

$$R = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{-\int_b^a \vec{E} \bullet d\vec{L}}{\int_S \sigma\vec{E} \bullet d\vec{S}}$$

ELETROMAGNETISMO

- ✓ Lei de Biot-Savart: $d\vec{H} = \frac{I.d\vec{L} \times \vec{a}_R}{4.\pi.R^2}$ [A/m] e $\vec{H} = \oint \frac{I.d\vec{L} \times \vec{a}_R}{4.\pi.R^2}$ [A/m]
- ✓ Lei de Ampére: $\oint \vec{H} \bullet d\vec{L} = I_{int}$
- ✓ Densidade de Fluxo Magnético: $\vec{B} = \mu.\vec{H}$ [T] onde $\mu = \mu_0.\mu_r$ é a permeabilidade magnética do meio $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$ [H/m] é a permeabilidade do espaço livre e μ_r é a permeabilidade relativa.
- ✓ Fluxo magnético: $\Phi = \int_S \vec{B} \bullet d\vec{S}$ [Wb]